



Wien, 13. Februar 2017

GH Immobilienmakler GmbH
z.H. Friedrich Lind
Gersthoferstraße 30/17
1180 Wien

Betr.: Ladenburghöhe – Genauigkeitsabschätzung

Sehr geehrter Herr Lind,

Sie haben uns kontaktiert und gebeten, eine Stellungnahme bezüglich der verschiedenen Genauigkeitsangaben im Kontext der Rechtssache VGW-111/067/3565/2015 abzugeben. Konkret geht es um die Genauigkeit photogrammetrisch bestimmter Höhen.

Die hier vorgelegte Stellungnahme umfasst allgemeine Bemerkungen zur Genauigkeit, geht auf die Höhengenaueigkeit, die in verschiedenen vorhergehenden Stellungnahmen genutzt wird ein, und endet mit den Schlussfolgerungen unserer Untersuchung. Die Stellungnahme umfasst die Seiten 2 bis 8.

Prof. Norbert Pfeifer

Dr. Camillo Ressel

1. Allgemeine Bemerkungen zur Genauigkeit

Grundsätzlich ist vorab Folgendes zu sagen: Die Ursache für Fehler in photogrammetrisch bestimmten Höhen sind zufällige Fehler in den originalen Messungen (in den Bildern und den Passpunkten) und kleine systematische Fehler in den angenommenen Berechnungsmodellen (z.B. über die Wirkung der Refraktion oder die Entstehung einer fotografischen Aufnahme). Die zufälligen Fehler in den originalen Messungen führen zu zufälligen Fehlern in den photogrammetrisch bestimmten Höhen. Diese Zufälligkeit macht es unmöglich direkt nach der photogrammetrischen Arbeit an einem konkreten Punkt anzugeben, wie groß dieser Fehler ist. Andernfalls könnte man diesen Fehler ja sofort korrigieren.

Die mathematische Größe um die Zufälligkeit von Fehlern zu beschreiben, ist die **Standardabweichung**. Diese wird häufig mit einem „±“ versehen und nach der eigentlichen Höhe angegeben; z.B. 100,00 m ± 5 cm. Die Standardabweichung gibt somit an, um wie viel der photogrammetrisch bestimmte Wert (hier 100 m) nur aufgrund des Zufalls vom „wahren“ Wert abweichen kann. Größere Abweichungen wären nicht zufällig und dürften nicht akzeptiert werden. Aufgrund dieser „±“ Angabe möchte man vielleicht denken, dass sich dieser Akzeptanz-Bereich von 99,95 m bis 100,05 m erstreckt. Dem ist aber nicht so. Die Zufälligkeit der Fehler macht es nämlich grundsätzlich unmöglich anzugeben, wie groß ein Fehler tatsächlich werden kann.

Die Statistik zeigt aber, dass sich Fehler um Null häufen und umso seltener auftreten je mehr sie von Null abweichen. Das Modell der Gauß- oder Normal-Verteilung mit ihrer Glockenkurve hat sich als sehr brauchbar für die Beschreibung dieser zufälligen Fehler erwiesen. Gemäß dieser Verteilung liegen nur 68% aller zufälligen Fehler zwischen 99,95 m bis 100,05 m; d.h. dem Bereich der durch die einfache Standardabweichung gegeben ist.

Innerhalb der zweifachen Standardabweichung (d.h. zwischen 99,90 m und 100,10 m) liegen 95% aller Fehler, innerhalb der 2,576-fachen Standardabweichung (d.h. zwischen 99,87 m und 100,13 m) liegen 99 % aller Fehler und innerhalb der dreifachen Standardabweichung (d.h. zwischen 99,85 m und 100,15 m) liegen 99,7 % aller Fehler.

Im Baugewerbe findet man häufig die sogenannte Toleranz, die oft ebenfalls mit einem vorangestellten „±“ angegeben wird. Diese Toleranz ist aber ein willkürlich festgelegter Akzeptanzbereich und leitet sich aus einem Vielfachen der Standardabweichung ab. Dieses Vielfache ist meist das 2,5-fache oder das 3-fache der Standardabweichung.

Im Gegensatz zur Toleranz ist die Standardabweichung genau definiert. Das Quadrat der Standardabweichung (die sogenannte Varianz) ist ein bestimmender Parameter obiger Normal-Verteilung und fällt bei den theoretischen Fehlerabschätzungen direkt an. Aus diesem Grund bezieht sich der Begriff Genauigkeit in der geodätischen Fachliteratur immer, wenn nicht anders angegeben, auf die Standardabweichung und ist somit dieser gleichzusetzen.

2. Genauigkeitsabschätzung mit Faustformeln

Im Gutachten der MA41 (MA41-460264-2016PM) wird nun die theoretische Höhen-Genauigkeit von signalisierten Punkten mit ± 9 cm angegeben und die theoretische Höhen-Genauigkeit von direkt abgefahrenen Höhenlinien mit ± 42 cm.

Diese theoretischen Höhen-Genauigkeiten wurden anhand von Formeln aus Karl Kraus, Photogrammetrie, Band 1 abgeschätzt: Formel 4.6-1 für signalisierte Punkte bzw. Formel 6.7-4 für Höhenlinien. Es handelt sich dabei aber um sogenannte **Faustformeln**, die nur die Bestimmung von

Richtwerten erlauben. Kraus selbst schreibt in einer anderen Publikation¹, dass speziell in der Formel für die Höhenlinien eigentlich Varianzen statt Standardabweichungen benutzt werden sollten, aber Standardabweichungen bei Faustformeln gebräuchlicher sind.

Diese Faustformeln dienen zur groben Abschätzung mit welchen Genauigkeiten ungefähr zu rechnen ist, also eher zur Projektplanung. Die tatsächlichen Genauigkeiten hängen von vielen Photogrammetrie-Parametern ab (Überlappung der Bilder, Verteilung der Passpunkte bei der Orientierung, Bildmessgenauigkeit, etc.), die in Faustformeln nicht beachtet werden können, da sie sonst nur mehr kompliziert handzuhaben wären. So können die tatsächlichen Genauigkeiten deutlich nach oben oder unten von den abgeschätzten Genauigkeiten abweichen.

Ein wichtiger Parameter von dem die Höhen-Genauigkeit abhängt, ist die Genauigkeit mit der ein konkreter Punkt in den Luftbildern identifiziert und somit dort gemessen werden kann. Die beste Höhen-Genauigkeit lässt sich für Punkte erzielen, die sehr gut in den Luftbildern identifiziert werden können. Dazu gehören die sogenannten signalisierten Punkte (auf der Erdoberfläche künstlich angebrachte scharfkantige Hell-Dunkel-Muster) oder besondere natürliche Punkte, wie etwa die Ecken eines Zebrastrreifens oder die Mitte eines Kanaldeckels. Diese Punkte sind aufgrund ihres hohen Kontrasts zur Umgebung sehr gut identifizierbar. Je geringer dieser Kontrast ist, umso schlechter können die Punkte in den Luftbildern identifiziert werden. Punkte auf Flächen mit geringem Kontrast (z.B. Wiesen oder Äcker, speziell, wenn diese beschattet sind) sind generell schlechter identifizierbar und resultieren somit in schlechterer Höhen-Genauigkeit. Es kann aber sein, dass sich in einer Wiese ein weißer Stein kontrastreich von der Umgebung abhebt. Misst man auf diesem Stein einen Punkt, dann wird dieser mit einer besseren Genauigkeit ermittelt als seine umgebenden reinen Wiesen-Punkte. Diese Ausführungen zeigen, dass die Höhen-Genauigkeit sich somit von Punkt zu Punkt ändern kann und sehr von den lokalen Gegebenheiten abhängt.

Bei direkt photogrammetrisch bestimmten Höhenlinien kann sich der Operateur die zu messenden Punkte nicht aussuchen. So kann es passieren, dass eine konkrete Höhenlinie teilweise in einer kontrastarmen Wiese verläuft und dann eine breite Straße mit kontrastreichen Bodenmarkierungen quert. In der Wiese wird die Höhenlinie dann deutlich ungenauer sein als in der Straße (wo die Höhenlinie die Genauigkeit von signalisierten Punkten erreichen kann). Somit ist speziell bei der theoretischen Höhengenaugkeit für die Höhenlinien davon auszugehen, dass diese nur ein grober Richtwert ist. Grundsätzlich ist aber zu erwarten, dass direkt photogrammetrisch bestimmte Höhenlinien eine schlechtere Höhengenaugkeit haben werden als signalisierte Punkte, da die Höhenlinien im Gelände nicht signalisiert oder markiert sind, sondern vom Operateur „gesucht“ werden müssen.

Die theoretische Genauigkeit für signalisierte Punkte hingegen, gilt nur für signalisierte Punkte und ist somit eine weniger grobe Abschätzung. Die Formel lautet $\sigma_z = 0,06\% \cdot h$, wobei h die Flughöhe über Grund ist. Der Faktor 0,06 hängt von den erwähnten Photogrammetrie-Parametern ab.

3. Spezifische Genauigkeitsabschätzung für einzelne Projekte

Möchte man in einem begrenzten örtlichen Bereich eine über die Faustformeln hinausgehende Genauigkeitsaussage über photogrammetrisch bestimmte Höhen haben, so gibt es zwei Möglichkeiten. Für die erste Möglichkeit benötigt man sehr genaue Angaben über die oben erwähnten Photogrammetrie-Parameter und kann dann über theoretische Modelle diese Genauigkeiten präziser abschätzen. Diese Möglichkeit setzt entsprechendes photogrammetrisches Wissen und Software voraus, ist aufwändig (da zum Teil individuell anzupassen) und ist somit eher

¹ K. Kraus, W. Karel: "Quality Parameters of DTMs"; in: "Checking and Improving of Digital Terrain Models / Reliability of Direct Georeferencing, Official Publication No 51", herausgegeben von: European Spatial Data Research (EuroSDR); European Spatial Data Research (EuroSDR), 2006, ISBN: 9789051794915, S. 125 - 139.

Forschungsinstitutionen oder einzelnen Projekten, z.B. in der Industriephotogrammetrie, vorbehalten. Sie wird später angewendet werden.

Bei der zweiten Möglichkeit führt man Referenzmessungen mit sehr hoher Genauigkeit durch und schließt aus der Differenz zwischen der photogrammetrischen Höhe und der Referenz auf die tatsächliche photogrammetrische Genauigkeit. Aufgrund der Zufälligkeit von Messfehlern kann die Höhendifferenz an einem einzigen Referenz-Punkt unrepräsentativ klein oder groß sein. Daher ist es notwendig eine größere Stichprobe an Referenzpunkten zu verwenden und aus den resultierenden Höhendifferenzen die Standardabweichung abzuleiten. Diese Möglichkeit wird in der Praxis üblicherweise verfolgt – auch im Gutachten der MA41.

4. Angaben zur Höhenlinien-Genauigkeit im Gutachten der MA41

Im Gutachten der MA41 geht es primär um die Beantwortung der folgenden Frage: Welche Höhen-Genauigkeit haben die direkt abgefahrenen Höhenlinien der Luftbildauswertung 03.04.1997 bezogen auf das Areal, auf welchem das im Einreichplan ausgewiesene Kleingartenhaus situiert ist.

Wie oben ausgeführt wurde, erfolgt in der Praxis die Überprüfung der Genauigkeit mit Hilfe von Referenzmessungen. Diese Referenzmessungen sollten mit übergeordneter Genauigkeit durchgeführt werden und erfolgen üblicherweise terrestrisch. Das setzt meist voraus, dass diese Referenzmessungen zeitgleich mit der eigentlichen photogrammetrischen Befliegung stattfinden. Nachträglich ist das im Allgemeinen aufgrund von Veränderungen nicht möglich. Im vorliegenden Fall (Befliegung 1997) fehlen diese Referenzmessungen ebenso. Aus diesem Grund wurden im Gutachten der MA41 viele (konkret 69) sehr gut definierte natürliche Punkte im gegenständlichen Areal in den Luftbildern von 1997 gemessen. Diese ausgewählten Punkte werden mit einer Höhengenaugigkeit, vergleichbar der von signalisierten Punkten, bestimmbar sein.

Am Ende des Gutachtens der MA41 werden zwei statistische Kenngrößen angegeben: das Mittel der Absolutbeträge der 69 Höhendifferenzen mit 11 cm und der größte Absolutbetrag mit 32 cm.

5. Kommentare zum Gutachten der MA41

Das Gutachten der MA41 ist soweit korrekt, muss aber in einigen Punkten ergänzt werden.

Wie am Anfang dieses Schreibens erläutert wurde, ist unter Genauigkeit die Standardabweichung zu verstehen. Diese wurde im Gutachten der MA41 nicht angeführt. Die Standardabweichung der 69 Höhendifferenzen (σ_{Δ}) ergibt sich zu 12,9 cm. Der Mittelwert² zu -1,8 cm.

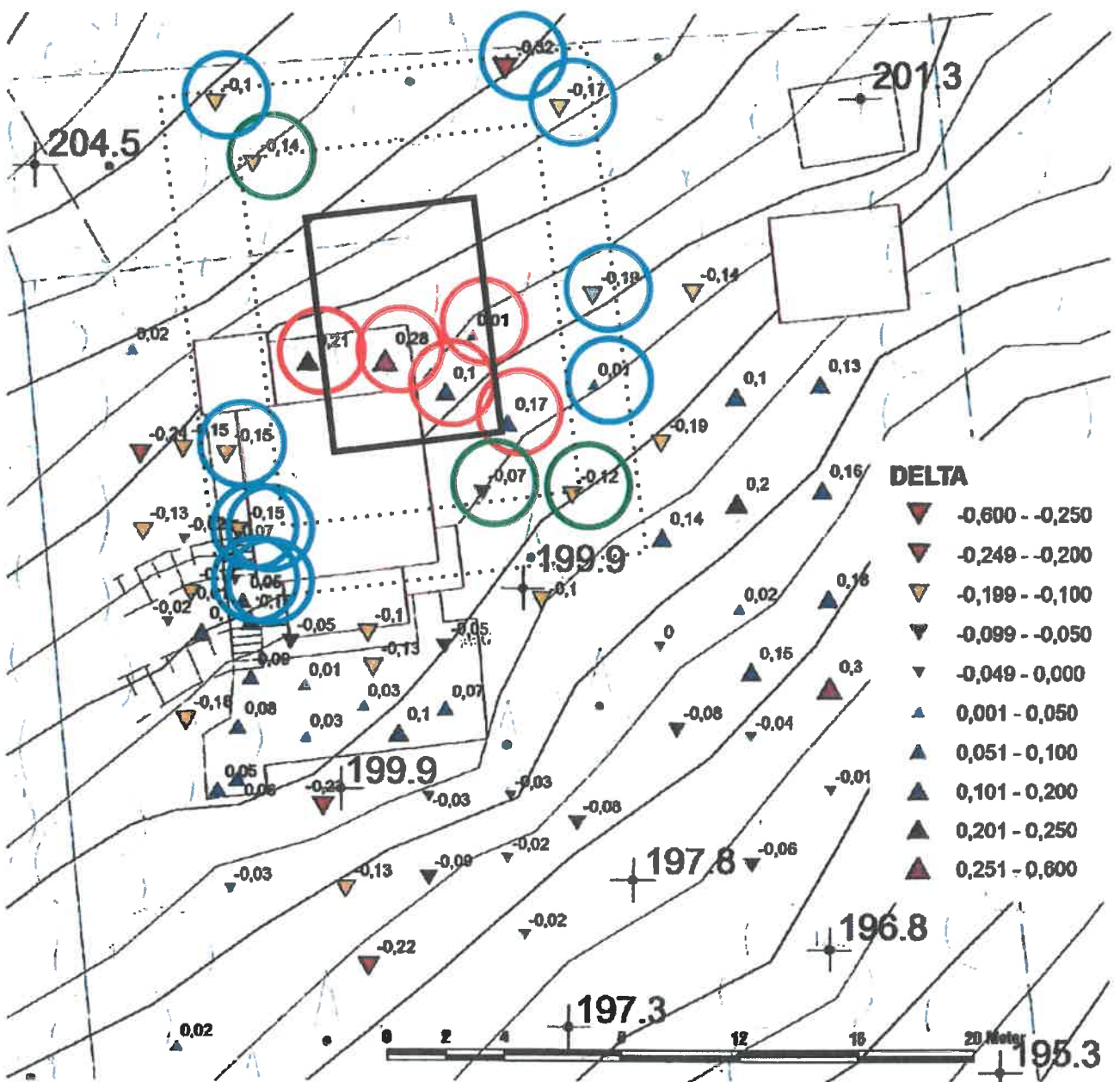
Hier wurden alle 69 Höhendifferenzen berücksichtigt. Wie weiter oben erwähnt wurde, hängt die Höhen-Genauigkeit speziell von der Identifizierungsgenauigkeit der Punkte ab. Deswegen kann sich die Genauigkeit der photogrammetrisch bestimmten Höhen lokal sehr rasch ändern. Da speziell die Genauigkeit der Höhenlinien im Areal, auf welchem das im Einreichplan ausgewiesene Kleingartenhaus situiert ist, zu bestimmen ist, sollte sich die Analyse speziell auf diesen Bereich konzentrieren.

Die folgende Abbildung ist dem MA41 Gutachten entnommen und wurde um den Grundriss des Kleingartenhauses ergänzt. Im unmittelbaren Bereich des Hauses befinden sich sehr wenige Referenzpunkte. Wohl hängt das mit dem dort gehäuften Auftreten von hoher bzw. dichter

² Wird die Standardabweichung aus einer Stichprobe abgeleitet, dann ist immer auch der Mittelwert zu beachten. Dieser darf nicht zu sehr von Null abweichen, andernfalls würde ein systematischer Fehler vorliegen. So ein Fehler könnte aus einem falschen Höhenbezug resultieren.

Vegetation (sind auch in der Abb. eingezeichnet) und entsprechenden Identifizierungsschwierigkeiten (Schatten, Zweige, etc.) zusammen. Im offenen Bereich südlich und östlich des Hauses wurden deutlich mehr Referenzpunkte gemessen. Es ist daher naheliegend, dass die wenigen Punkte im Bereich des Hauses nicht mit derselben Genauigkeit identifiziert werden können, wie im offenen Bereich im Süd-Osten. Insofern ist es nicht ganz zulässig alle 69 Referenzmessungen gemeinsam zu betrachten.

Aus diesem Grund wird die Standardabweichung σ_{Δ} nur für die Referenzpunkte in der näheren Umgebung des Hauses abgeleitet. Um einen Eindruck zu bekommen, wie sich σ_{Δ} in Abhängigkeit vom gewählten Abstand zum Hausgrundriss ändert, werden die Referenzpunkte in drei Umgebungsbereichen verwendet. Bereich A umfasst die fünf Punkte unmittelbar beim Haus (rot in der folgenden Abbildung). Bereich B ergänzt Bereich A um drei Punkte im Abstand bis ca. 2 m zum Hausgrundriss (grün in der Abb.). Bereich C ergänzt Bereich B um zehn Punkte im Abstand bis ca. 4 m zum Hausgrundriss (blau in der Abb.).



Pro Bereich ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung zu:

Bereich	Punkte	Mittelwert [cm]	Standardabweichung [cm]	RMS [cm]
A	5	15,4	10,4	18,0
B	8	5,5	15,9	15,8
C	18	-3,7	15,5	15,5

Im Bereich A liegen nur fünf Werte vor, die alle positive sind. Somit ist deren Mittelwert sehr groß. Die Wurzel aus dem quadratischen Mittel (engl. root mean square, RMS) ist bei kleinen Stichproben ein besseres Bestimmungsmaß für die Streuung. Generell sind aber aufgrund der kleinen Stichprobe (5 Werte) Schätzwerte für die Genauigkeit unsicher.

Die Streuung nimmt zwar mit zunehmender Bereichsgröße ab, bleibt aber doch über den 12,9 cm, die aus allen 69 Höhendifferenzen abgeleitet wurde. Nimmt man nun für die Genauigkeit der Höhendifferenzen aufgrund dieser Bereichsuntersuchung den repräsentativen Wert $\sigma_{\Delta} = 16,0$ cm, so bedeutet das aber nicht, dass die Genauigkeit der Höhenlinien bei $\pm 16,0$ cm liegt. Vielmehr ist das die *Genauigkeit der Höhendifferenzen* zwischen den direkt abgefahrenen Höhenlinien und den Referenz-Punkten. Letztere haben aber keine übergeordnete Genauigkeit, wie sie terrestrisch gemessene Referenzhöhen haben würden, sondern haben bestenfalls die photogrammetrische Höhengenaugigkeit von signalisierten Punkten – also ca. ± 9 cm.

Dieser Umstand muss über das Fehlerfortpflanzungsgesetz beachtet werden, welches in der einfachen Form für stochastisch unabhängige Varianzen (die Quadrate von Standardabweichungen) gilt. Die Genauigkeit der Referenz-Punkte und die Genauigkeit der Höhenlinien, sind hier insofern nicht stochastisch unabhängig als sie aus denselben Luftbildern abgeleitet wurden.

Um aus Luftbildern photogrammetrisch Koordinaten ableiten zu können, ist die Kenntnis der sogenannten (äußeren) **Orientierung der Luftbilder** notwendig. Darunter versteht man die Position und die Verdrehung der Kamera zum Zeitpunkt als diese die Bilder aufgenommen hat. Die Orientierung der Luftbilder im Gutachten der MA41 erfolgte mittels Passpunkten, die in den Bildern gemessen werden. Die Passpunkte besitzen selbst nur eine begrenzte Genauigkeit und auch deren Messung in den Bildern wird nur mit einer gewissen Genauigkeit möglich sein. Diese begrenzten Genauigkeiten bewirken, dass auch die Orientierung der Bilder selbst nur eine gewisse Genauigkeit haben wird.

Werden nach der Orientierung dieser Luftbilder, in den Bildern die Höhenlinien und die Referenz-Punkte gemessen, so haben diese Messungen ebenfalls wieder nur eine begrenzte Genauigkeit. Letztere zusammen mit der Genauigkeit der Orientierung der Bilder bestimmt maßgeblich die Genauigkeit der Höhen der Höhenlinien und der Referenz-Punkte.

Die aus den Bildern abgeleiteten Referenz-Punkte und die Höhenlinien sind von der Orientierungsgenauigkeit gleichartig betroffen. Der Orientierungsfehler fällt somit bei der Differenzbildung heraus.

Mit Hilfe der sogenannten **Bündelblockausgleichung** und der Inversion der Normalgleichungsmatrix ist es möglich, ausgehend von der Genauigkeit der Passpunkte, der Bildmessgenauigkeit und den Flugparametern, alle danach folgenden Genauigkeiten auszurechnen.

Die genauen Werte dieser **Eingangsgrößen** sind uns nicht bekannt. Sie können aber recht gut eingegrenzt werden. Folgende Parameter können dem Gutachten der MA41 entnommen werden: Flughöhe über Grund 1425 m

Kamerakonstante 21 cm

Bildformat 23 x 23 cm²

Passpunktgenauigkeit in Höhe (Angabe von Firma KOPA aus MA41 Gutachten) 3 cm

Folgende ergänzende Annahmen wurde getroffen:

Es werden zwei Luftbilder mit Längsüberlappung 60% verwendet. Die Passpunkte befinden sich nahe den Modellecken. Es werden pro Ecke ein (und als Variante zwei) Passpunkte verwendet. Die Bildmessgenauigkeit (für signalisierte Punkte) wird mit 6 µm (und als Variante mit 5 µm) angenommen, und zwar monoskopisch für die Passpunktemessung und stereoskopisch für die Referenzpunkte.

Diese Annahmen folgen Karl Kraus, Photogrammetrie, Band 1. Dort werden für die Anwendbarkeit von Formel 4.6-1 (Faustformel für signalisierte Punkte) folgende Voraussetzungen angeführt:

- Das Bildpaar wurden mit 60% Längsüberlappung aufgenommen.
- Pro Modellecke wird mind. ein Passpunkt verwendet.
- Die Bildmessgenauigkeit beträgt 6 µm. Andererseits steht in demselben Buch im Kapitel 5.3.5, dass bei der Verwendung der Bündelblockausgleichung bis zu 3µm im Bild möglich sind.

Anhand der Bündelblockausgleichung lässt sich damit der Effekt der Bildmessgenauigkeit bzw. der Orientierungsgenauigkeit auf die Höhe von signalisierten Punkten (σ_{BZ} bzw. σ_{OZ}) berechnen. Diese theoretischen Effekte und die empirisch bestimmte Genauigkeit der Höhendifferenzen (σ_{Δ}) sind stochastisch unabhängig. Aus ihnen kann dann mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz die Genauigkeit der Höhenlinien (σ_{HL}) abgeschätzt werden:

$$\sigma_{HL}^2 = \sigma_{\Delta}^2 - \sigma_{BZ}^2 + \sigma_{OZ}^2$$

Mit der empirischen Genauigkeit der Höhendifferenzen $\sigma_{\Delta} = 16,0$ cm und den über die Bündelblockausgleichung (sogenannte a-priori-Ausgleichung) bestimmten Werten für σ_{BZ} bzw. σ_{OZ} ergeben sich in Abhängigkeit der erwähnten Parameter-Variationen folgende Genauigkeiten der Höhenlinien σ_{HL} .

σ_{HL} in cm	Bildmessgenauigkeit	
	6 µm	5 µm
1 Passpunkt pro Ecke	14,6	15,0
2 Passpunkte pro Ecke	13,8	14,5

6. Schlussfolgerung

Um aus den im Gutachten der MA41 gelisteten Höhendifferenzen die Höhen-Genauigkeit der photogrammetrisch bestimmten Höhenlinien (Luftbildauswertung 03.04.1997) im Areal, auf welchem das im Einreichplan ausgewiesene Kleingartenhaus situiert ist, ableiten zu können, sind folgende Aspekte zu beachten:

- Die photogrammetrische Genauigkeit hängt vom Bildkontrast ab und wird daher lokal variieren. Aus diesem Grund sollte sich die Genauigkeitsanalyse möglichst auf den Bereich des Gebäudegrundrisses beschränken.
- Die Referenzpunkte wurden aus demselben Bildmaterial abgeleitet, das auch für die originale Höhenlinienauswertung verwendet wurde. Selbst wenn diese Referenzpunkte die photogrammetrische Genauigkeit von signalisierten Punkten erreichen, ist diese mit ca. 9

cm immer noch zu ungenau, um die Standardabweichung der Höhendifferenzen gleich der Höhengenaugigkeit der Höhenlinien zu setzen.

- Für die Ermittlung der Höhengenaugigkeit der Höhenlinien sind **zusätzliche photogrammetrische Effekte zu beachten**. Diese wurden mit teils gegebenen Größen und teils mit sinnvollen Annahmen abgeschätzt. Die Höhen-Genaugigkeit der Höhenlinien ergibt sich damit zu **knapp ± 15 cm**.
- Es sollte beachtet werden, dass diese Genauigkeit keine Toleranz darstellt. Wenn eine Abweichung größer als das 2,5- bis 3-fache dieses Wertes ist, kann von einer 99%-Sicherheit im statistischen Sinne gesprochen werden.

Diese Stellungnahme beschäftigt sich mit der Genauigkeit der Höhenangaben im Gutachten der MA41. Es sollen noch zwei Bemerkungen angeschlossen werden.

- Im Gutachten von Prof. Priebering (datiert mit 16. Dez. 2016) wurde das Gelände mit den einzelnen gemessenen Punkten mittels einer NURBS-Fläche modelliert und nicht aufgrund der Höhenlinien. Das Quadrat der Genauigkeit dieser Punkte kann mit $\sigma^2_{BZ} + \sigma^2_{OZ}$ angenommen werden. **Wie der Verlauf des Geländes entlang des Gebäudegrundrisses durch die Verteilung der Punkte und durch die NURBS-Interpolation beeinflusst wird, wurde nicht untersucht**. Mit der Geostatistik würde ein Werkzeug dafür bereitstehen. Dafür würden wir die 3D-Koordinaten der verwendeten Punkte benötigen.
- Um grundsätzlich sehr hohe Genauigkeit von Geländehöhen und Höhenunterschieden im Bereich einzelner dm bis zu einzelnen cm zu erlangen, sind die oben angewendeten Vorschriften und Verfahren aus dem Bereich der Vermessung nicht mehr geeignet. Mit den technischen Entwicklungen in den letzten Jahren (z.B. Airborne Laserscanning), die auch von der MA41 genutzt werden, ist für jüngere Verfahren eine höhere Genauigkeit zu erreichen.